

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ

Épreuve de la finale du vendredi 13 avril 2012

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

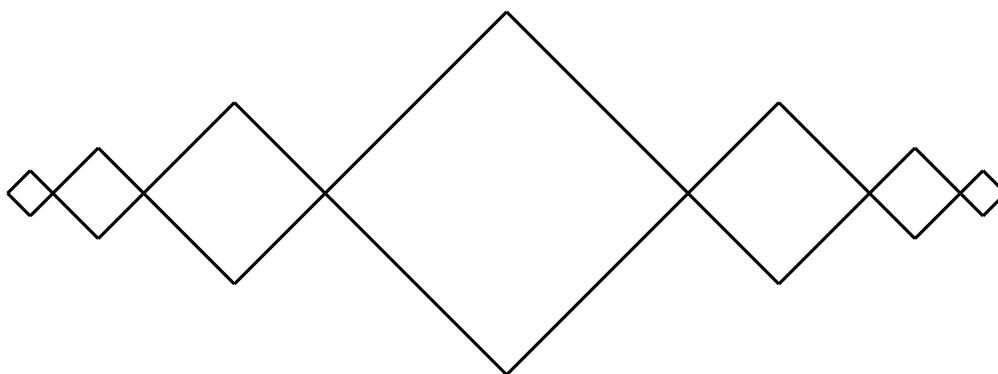
Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

1 – La Fresque

Dans la rue couverte du collège Géométrix, un groupe d'élèves a réalisé une fresque.

Ils ont imaginé un motif constitué d'un carré central. De part et d'autre de ce carré central, trois autres carrés ont chacun pour dimension la moitié de celui qui le précède.



Puis ils ont tracé le motif le plus long possible au centre d'un panneau rectangulaire blanc de 5 mètres de longueur par 3 mètres de hauteur de telle sorte que les axes de symétrie du rectangle blanc soient aussi axes de symétrie du motif.

Enfin, ils vont peindre leur motif avec deux couches de peinture. Après enquête auprès de leurs camarades, ils décident de le peindre en noir.

L'intendant leur a donné un bon d'achat de 10 euros pour acheter la peinture de leur choix.

Au rayon bricolage de la grande surface la plus proche, ils réfléchissent ...

1 L de peinture JOLITEINTE couvre 5m^2 et le pot de 0,5 L est vendu 3,90 euros.

1 L de peinture DECORPLUS couvre 6m^2 et le pot de 0,5 L est vendu 4,90 euros.

Quelle peinture vont-ils choisir ? Expliquez votre démarche.

2 – Retour du marché

Gaston, éleveur à Louhans, revient du marché à la volaille.

Il a vendu une centaine de jeunes poulets à 17 euros l'unité et a acheté des sacs de 10 kg de grain à 23 euros le sac. Il a ramené le maximum de sacs, sachant toutefois que sa vieille camionnette ne peut transporter une charge supérieure à 600 kg.

A son retour, il constate qu'il a réalisé un bénéfice de 310 euros.

Quel est le nombre de volailles vendues et le nombre de sacs de grains achetés ?

3 – Quadratestadt

Le centre de la ville de Mannheim, en Allemagne, a été détruit par les bombardements alliés de 1945. Il a été reconstruit « au carré », c'est pourquoi Mannheim est surnommée « Quadratestadt » (ville carrée).

Les rues, régulièrement espacées, forment un réseau de carrés de 100 mètres de côté.

La signalisation urbaine indique les « blocks » ou pâtés de maisons (voir photo ci-contre et plan ci-dessous).



Chaque maison ou immeuble d'un block a une unique sortie.

D'autre part, pour la circulation automobile, les rues sont à sens unique, deux parallèles voisines étant orientées différemment (voir flèches sur le plan ci-dessous). Les cyclistes, quant à eux, peuvent rouler à contre-sens.

Selon le plan de circulation, un véhicule circulant du nord au sud ou inversement est prioritaire et un véhicule roulant de l'est à l'ouest ou de l'ouest à l'est aura un « stop » à chaque intersection.

Nous admettons que :

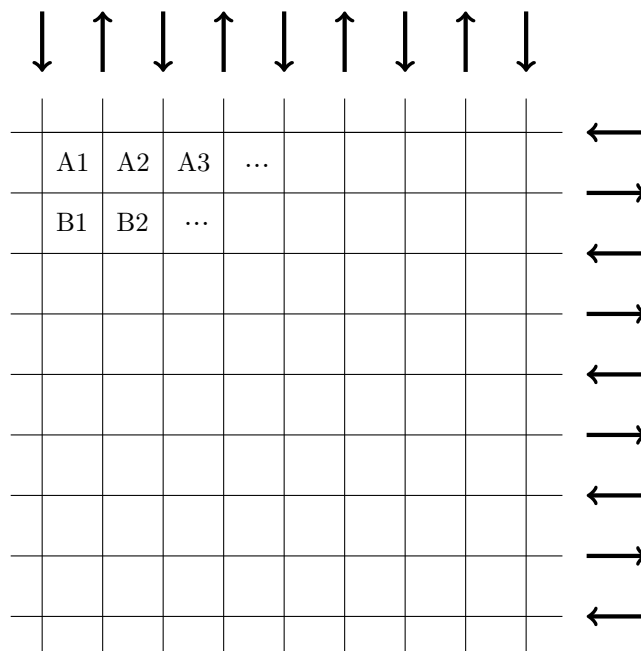
- Un véhicule ne s'arrête que s'il a un stop. Le temps de traversée d'une rue est négligeable (considéré comme nul).
- Une voiture parcourt le côté d'un block en 8 secondes.
Chaque stop (arrêt, redémarrage) lui coûte 15 secondes.
- Un vélo parcourt le côté d'un block en 15 secondes.
Chaque stop (arrêt, redémarrage) lui coûte 5 secondes.

Karl possède un vélo et une voiture. Il doit se rendre d'une adresse située dans un des angles du block B3 à une adresse située dans un des angles du block F10.

Karl prend sa voiture et réalise le trajet en moins de trois minutes.

Déterminer le point de départ, le point d'arrivée et l'itinéraire choisi par Karl.

Pour le même trajet, aurait-il pu mettre moins de 3 minutes avec son vélo ?



4 – Jeu

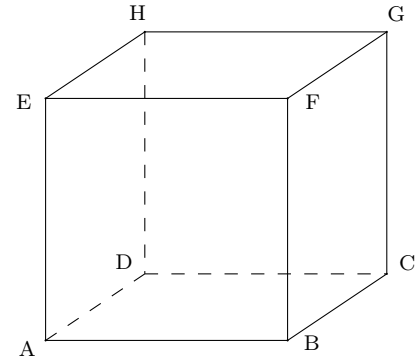
Victor et Hugo jouent au jeu suivant.

Ils ont noté sur des morceaux de papier identiques tous les segments d'extrémités deux sommets du cube ABCDEFGH (par exemple, [AB], [BD], [AG] ...).

Tous ces morceaux de papier sont mis dans un sac non transparent.

Victor choisit un papier, note le segment indiqué, remet le papier dans le sac, puis Hugo fait de même.

Si les deux segments ont un unique point d'intersection, Victor gagne. Si ce n'est pas le cas, Hugo gagne.



Le jeu est-il équitable ?

5 – Les pacifistes

Un commerçant regarde une manifestation de pacifistes défiler devant sa vitrine. Patients et disciplinés, ils marchent tous à la même vitesse.

Entre le premier et le dernier manifestant, sa montre indique qu'il s'est écoulé 1 heure 12 minutes.

Son commerce reprend ensuite une activité normale. Le cortège emprunte ensuite un pont de 54 mètres de long que chaque manifestant traverse en 1 minute.

Plus tard alors que les derniers pacifistes s'engagent sur l'avenue Jules Viette, une voiture de la sécurité double le cortège prudemment et met 23 minutes pour doubler tous les manifestants.

A quelle vitesse roule cette voiture ?

6 – Tout en rond

Le contour d'une figure est composé de trois demi-cercles.

Le premier de diamètre [AB], le deuxième de diamètre [AM], le troisième de diamètre [MB], où M est un point du segment [AB], comme l'indique la figure ci-dessous.

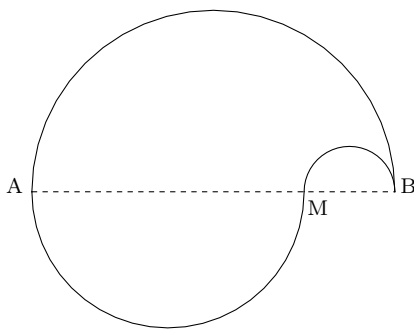


Figure de Julie

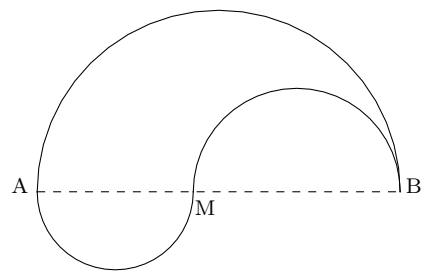


Figure de Guillaume

La figure de gauche a été réalisée par Julie et celle de droite a été réalisée par Guillaume. Dans les deux cas, le segment [AB] a la même longueur.

Où Guillaume peut-il placer le point M pour que sa figure ait une aire trois fois plus petite que celle de Julie ?

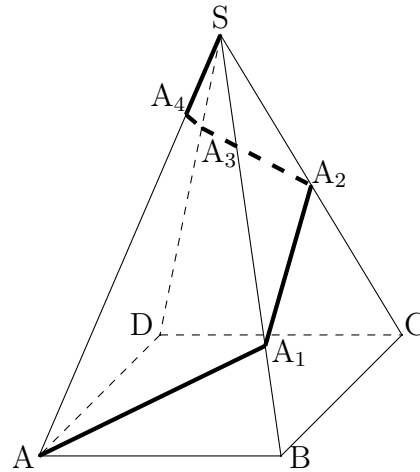
Julie prétend que le périmètre de sa figure est plus long que celui de la figure de son ami.

Julie a-t-elle raison ?

7 – La ligne noire

Un emballage cadeau a la forme d'une pyramide de sommet S dont la base $ABCD$ est un carré de 6 cm de côté et dont les arêtes latérales mesurent 12 cm.

On note α la mesure de l'angle \widehat{ASB} .



Cette boîte blanche est simplement décorée d'une ligne noire formée de cinq segments tracés de la manière suivante :

- $A_1 \in [SB]$ tel que le triangle ABA_1 soit une réduction du triangle SAB .
Sur la face SAB , la ligne noire $[AA_1]$ forme un angle α avec la base $[AB]$.
- $A_2 \in [SC]$.
Sur la face SBC , la ligne noire $[A_1A_2]$ forme un angle α avec la base $[BC]$.
- $A_3 \in [SD]$.
Sur la face SCD , la ligne noire $[A_2A_3]$ forme un angle α avec la base $[CD]$.
- $A_4 \in [SA]$.
Sur la face SDA , la ligne noire $[A_3A_4]$ forme un angle α avec la base $[DA]$.
- Le dernier segment de cette ligne noire est le segment $[SA_4]$.

Quelle est la longueur de cette ligne noire ?

8 – Le chat

Depuis plusieurs jours, Lucas a remarqué un chat abandonné qui erre dans son quartier.

Il a observé qu'en rentrant de l'école, il y a 4 chances sur 5 qu'il soit dans l'une des 8 maisons de son lotissement, sans aucune préférence pour l'une ou pour l'autre. Aujourd'hui, il a réussi à convaincre ses parents de l'adopter et il part à sa recherche.

Il est déjà allé dans 7 maisons sans le trouver.

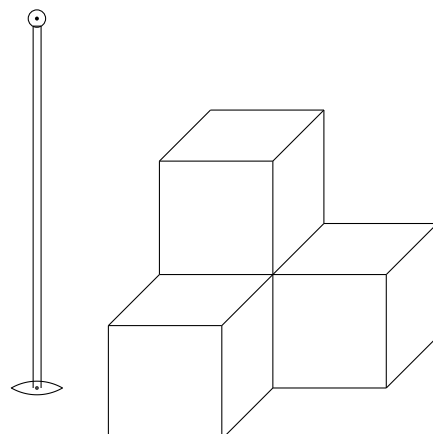
Quelles chances a-t-il de le trouver dans la dernière maison du lotissement, en supposant que le chat n'est pas revenu dans l'une des maisons déjà visitées ?

9 – Le Tétra cube et son ombre

Un tétra cube, posé sur une table, est composé de quatre cubes de même dimension, comme l'indique le dessin en perspective cavalière ci-contre.

Un lampadaire, à source ponctuelle, posé sur la même table, éclaire cet objet.

Dessiner l'ombre du tétra cube sur cette table. Expliquer la méthode utilisée.



Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n°

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n° 9

